Pénzügyek kezdőknek

Egyszerű kamatszámítás

A kölcsönök, hitelek ára a **kamat.** A kamat az idegen tőke használatáért fizetett díj. A kamat lényegében három részből tevődik össze: használati díj, a kockázat díja, kezelési költség.
A kamatot a tőke százalékában határozzák meg, és általában egy évre vonatkoztatják, ezt nevezzük kamatlábnak.
Jelölése például 20 %.

Amennyiben például 1000 Ft összegű kölcsön lejárati ideje 1 év, a kamatláb pedig évi 20%, akkor a fizetendő kamat összege: 200 Ft.

Ha ezt a kölcsönt 1 évnél rövidebb ideig vesszük igénybe, (félévre, negyedévre), akkor a fizetendő kamat is ennek fele, illetve negyede.
Általános esetben, az 1 évnél rövidebb idejű kölcsönök, hitelek után fizetendő kamatot a következőképpen számítjuk ki:

T: a kölcsön összege	például: 100
p: kamatláb	például: 20%
k: kamat	például: 20
i: annak a kamatnak a mértéke, amelyet egy pénzegység után egy időszakra fizetni kell kifejezett értéke	például: 0.20
n: a napok száma	például: 90

Megállapodás: Ha a kamatlábról beszélünk, akkor mindig p% -ot mondunk, de amikor képlettel számolunk, i ennek mindig a 100-ad részét jelenti.
Pl.: ha p = 20%, akkor i = 0.20
(1) fizetendő kamat = T * i *(n/365), ha valóságos évvel számolunk,
(1a) fizetendő kamat = T * i *(n/360), ha kereskedelmi évvel számolunk.

A kereskedelmi év esetében 1 év = 360 nap. A bankok kereskedelmi év szerint kalkulálnak, amennyiben 1 évről, 6 hónapról van szó.
Az év tört időszaka esetén viszont a tényleges napokat veszik figyelembe.

A kereskedelmi év alapján számított kamat 1/72 résszel nagyobb, mint a valóságos év alapján számított kamat.
A valóságos év alapján számított kamat pedig 1/73-ad résszel kisebb, mint a kereskedelmi év után számított kamat.

Egyszerű kamatról akkor beszélünk, ha a kamatot nem csatolják a tőkéhez, a kamat már nem kamatozik.

Kölcsön összege:	100.000
Éves kamatláb:	20%
Napok száma:	180
Fizetendő kamat:	9.863 **Valóságos évvel számolva**

Helyettesítsünk be az előző képletbe:
T*i*(n/365) azaz
100.000*0,20*(180/365)=20.000*0,49315=**9.863**

10.000 **Kereskedelmi évvel számolva**
100.000*0,20*(180/360)=20.000*0,5=**10.000**

A napok figyelembe vétele a kölcsön kamatösszegének számításánál

a.)A kezdeti nap és a lejárati nap 1 éven belül van: például január 10-től január 25-ig: 15 nap.
Ha január 25.-e szombatra, vasárnapra vagy ünnepnapra esne, a visszafizetés a következő napon esedékes.

b.) Az 1 évet meghaladó kölcsönök esetén az éveket 365 nappal számolják.
1995. év 12 hónap 31 nap visszafizetés dátuma
1993. év 1 hónap 1 nap a kölcsönfelvétel dátuma = 365+364=729 nap.
Amennyiben p kamatláb 1 évre vonatkozik, úgy 100 Ft tőkének egy napi kamata p/360 forint.

A napok figyelembevétele a kölcsön kamatösszegének kiszámításánál

Kölcsön összege:	100,000
Éves kamatláb:	21%
Hitelnyújtás éve:	94-01-10
Visszafizetés éve:	94-04-01
Számított napok száma:	81
Fizetendő kamat:	4,660 Valóságos évvel számolva
	4,725 Kereskedelmi évvel számolva

Ha a kamatot, vagy a kamatokkal növelt tőke (tn) értékét ismerjük és a kezdeti tőke (to), matematikai kamatláb (i), vagy az időtartam (n) értékét akarjuk meghatározni, akkor az előbbi képletet kell megfelelően rendezni.

Induló tőke (to) meghatározása:

Az n időtartam múlva esedékes tőke mai értékét a tőke diszkontált értékének nevezzük. Jelen esetünkben ez a to meghatározását jelenti.
Utólagos kamatlábbal történő kamatszámítás esetén az n nap múlva esedékes tn tőke mai értéke p % esetén, kereskedelmi évvel számolva:

$$T_o = \frac{T_n}{1 + \frac{i*n}{360}}$$

Pl.: Ha 100.000 ft-os tartozásunkat 1 hónap múlva kellene kifizetnünk évi 30 %-os kamat mellett.

Mekkora összeggel fizethetjük ezt ma ki ?
to=(100.000/(1+(0,3*30/360)))=100.000/(1+0,024999)=
100.000/1,024999=**97.561** Ft

A kamatláb (p) meghatározása:

Egyszerű kamatszámítás esetén ha tudjuk. hogy 100.000 Ft 60 nap alatt 2.500 Ft kamatot hozott, akkor a kamatlábat a következő képlettel határozhatjuk meg:

$$p = \frac{360*100*k}{T_o*n}$$

p = (36000*2500)/(100000*60)=90.000.000/6.000.000=**15 %**

A kamatozás időtartamának (n) meghatározása:

Amennyiben a kezdőtőkét (to), a felnövekedett tőkét (tn) és évi kamatlábat (p), vagy i-t ismerjük, a kamatozási időtartam az

$$n = \frac{T_n - T_o}{T_o * i}$$

képlettel határozható meg. **n=év.**

Amennyiben n-re nem egész számot kapunk, akkor a törtrészt 360-nal szorozva a napok számát kapjuk.
Pl.: 1,4 = 1 év + 0,4*360 =1 év+144 nap.
Pl.: 100.000 Ft tőke évi 25 % kamat mellett 115.000 ft-ra növekedett fel.

Hány napig kamatozott?

n=(115.000-100.000)/(0,25*100.000)=15.000/25.000=0,6*360=**216 nap**

Kamatos kamat számítása

Ha pénzünket úgy helyezzük el valamely pénzintézetben, hogy az esedékessé vált kamatokat minden év végén a bent lévő pénzünkhöz hozzáadja, úgy minden következő évben már nemcsak az azelőtti évi pénzünk, hanem annak múlt évi kamatai is kamatozni fognak, s így az eredetileg elhelyezett pénzünk, amelyet most nevezzünk kezdő tőkének, mind jobban és jobban fog növekedni.

A kamatozásnak ezt a módját illetőleg e kamatozással összefüggő összes feladatot kamatos kamatszámítási feladatnak nevezünk.

Két fontos eset van :
a.) A tőkésítés évenként történik.
b.) A tőkésítés nem évenként történik (például negyedévente)

Jelöléseink az alábbiak lesznek:

T: a tőke összege	például: 100
p : kamatláb	például: 8 %
i : kamatláb tizedes törtben kifejezett értéke	például: 0.08
n: az évek száma	például: 4

a.) A tőkésítés évenként történik.

Az első év végén a kamat :
T1 = To+To * i, azaz T1=To (1+i)

A második évet már ezzel a megnövelt T1-gyel kezdjük, és ez az összeg fog egész évben kamatozni.
A második év végén a kamat:
T2 = T1 * i, ezt a kamatot a már megnövekedett kezdő tőkéhez hozzáadva:
T2 =T1 +T1 * i = T1*(1+i) = T*(1+i)*(1+i) = $T*(1+i)^2$
Ha a harmadik év végén is elvégezzük a számítást, akkor azt kapjuk, hogy:
T3 = T2 + T2 * i =T2*(1+i) = $T*(1+i)^3$
Így n év múlva a kamatokkal megnövelt tőkénk a következő lesz:

$$T_n = T_0 * (1+i)^n.$$

Ezt a képletet nevezzük a kamatos kamatszámítás alapképletének.

Példa:

a.) A tőkésítés évenként történik

A kezdő tőke összege 100.000,-
Az adott időszakra járó kamat .... 20,00 %
Időszakok száma 4

Behelyettesítve a képletbe : $100.000*(1+0,2)^4=$ **207.360**

Hasonlítsuk össze a to tőke növekedését egyszerű kamat, illetve kamatos kamat számítása esetén.

Nézzük az alábbi táblázatot:

Kamatláb 10%
Tőke: 100 000

	Kamatos kamatszámítás	Egyszerű kamatszámítás
Évek	Tőke + kamat	Tőke + kamat
1	110 000	110 000
2	121 000	120 000
3	133 100	130 000
4	146 410	140 000
5	161 051	150 000
6	177 156	160 000
7	194 872	170 000
8	214 359	180 000
9	235 795	190 000
10	259 374	200 000
20	672 750	210 000
30	1 744 940	220 000
40	4 525 926	230 000
50	11 739 085	240 000

A táblázatból jól látható a két kamatszámításból eredő különbség.
A jövőben a befektetési döntéseknél mindig a kamatos kamatszámítást alkalmazzuk.

A kamatos kamattal történő számításoknál is előfordulhat, hogy a kezdő tőke (to), felkamatolt tőke (tn), a kamatláb (p, vagy i), illetve az évek száma (n) adatok közül nem a t az ismeretlen, hanem ennek ismeretében kell valamelyik másik adatot meghatározni.

***A kezdő tőke to meghatározása*:**

$$T_o = \frac{T_n}{(1+i)^n}$$

Itt to nem más, mint az n év múlva esedékes tn tőkének mai értéke, ha a matematikai kamatláb i.
Pl.: Milyen összeget kössünk most le 25 % kamatláb mellett, ha 3 év múlva 200.000,- ft-ot szeretnénk kapni ?
to=200.000/(1,25^3)=200.000/1,953125=**102.400**

A kamatláb (p) meghatározása:

A matematikai kamatlábat megfelelő rendezéssel az alapképletből kapjuk:

$$i = \sqrt[n]{\frac{T_n}{T_o}} - 1$$

A kamatláb (p) ennek százszorosa.

Pl.: 100.000 Ft tőke 2 év alatt 150.000 ft-ra növekszik.
Mekkora a kamatláb kamatos kamat esetén ?

i= $2\sqrt{150000/100000}$ - 1=1,2247-1=0,2247*100=**22,5 %**

Időtartam meghatározása:

Az évek számát (n-et) ugyancsak az alapképletből nyerhetjük:

$$n = \frac{\lg T_n - \lg T_o}{\lg(1+i)}$$

Itt lgtn jelenti tn-nek tízes alapú logaritmusát.

Ez azonban csak közelítőleg adja a gyakorlatban számított időt, ugyanis a tört időszakra a kamatszámítás egyszerű kamattal történik.

b.) A tőkésítés nem évenként történik

Hogyan kell eljárnunk, ha a kamatokat nem évenként, hanem félvagy negyedévenként, vagy általában az év m-ed részében csatolják a tőkéhez?

Ha a tőkésítés félévenként történik, úgy az adott kamatláb (i) helyett csak annak felét i/2 -t vesszük számításba, ellenben a kamatozási időszakok száma n helyett 2*n lesz.
Ugyanígy, negyedévenkénti tőkésítésnél i/4 -gyel és 4*n -nel számolunk.
Általános esetben: ha az év m-ed részében tőkésítenek, képletünk a következő alakú lesz:

Tn*m = C * (1+i/m)^(m*n)

Kérdés: a fent kiszámolt példákat alapul véve, mennyivel lesznek mások az eredmények?

Nézzük meg, hogy mennyivel több pénzünk lesz a bankban, ha az évenkénti tőkésítés helyett negyedévenként tőkésítenek?

A kezdő tőke összege	100,000
Éves kamat	20%
Évenkénti tőkésítések száma	4
Évek száma	5
Tőke + kamat lejáratkor	265,330
Ha csak évenként tőkésítenének	248,832

Amint azt a táblázatból kiolvasható, a kamat nagyobb akkor, ha egy év alatt többször is tőkésítenek: a fenti példában 248,832 Ft helyett 265,330 Ft a tőke + kamat.

Nézzük meg, mi az eredmény akkor, ha az éves kamatra vagyunk kíváncsiak?
Mennyivel kell kisebb éves kamatot adni ugyanolyan kamatszint biztosítása mellett?

A kezdő tőke összege	100,000
Évenkénti tőkésítések száma	4
Évek száma	3
Tőke + kamat lejáratkor	120,000

Éves kamat 6,1%
Ha csak évenként tőkésítenének 6,3%

Látható, hogy 6.3% helyett már 6.1% is ugyanannyi kamatot hoz.

És mi a helyzet akkor, ha a lekötési időre vagyunk kíváncsiak?

A kezdő tőke összege 100,000
Éves kamat 20.0%
Évenkénti tőkésítések száma 4
Tőke + kamat lejáratkor 125,000
Évek száma 1,14
Ha csak évenként tőkésítenének 1,22

Itt az 1.22 év helyett már 1.14 év is elegendő.

Utolsó feladatunk esetében a következő táblázatot kapjuk:
Éves kamat 20.5%
Évenkénti tőkésítések száma 4
Évek száma 15
Tőke + kamat lejáratkor 163,986
A kezdő tőke összege 8,174
Ha csak évenként tőkésítenének . 10,000

Vagyis 10,000 Ft kezdő tőke helyett elegendő 8,174 Ft-ot elhelyeznünk ilyen feltételek mellett a bankban. Végiggondolva a fenti számítások eredményeit, automatikusan adódik a kérdés: mi van akkor, ha az évenkénti tőkésítések számát egyre nagyobbra vesszük?

A kifizetendő kamat vajon nem nő-e a csillagos égig
A válasz: NEM!

A következő táblázatunk azt számítja ki, hogy az elméletileg elérhető maximális kamat hogyan függ az évenkénti tőkésítések számától.

Évenkénti kamatláb (i) = 20.0%

Tőkésítések száma	Tőke + kamat	e^i	Eltérés (%)
1	1.200000	1.221403	10.701379%
2	1.210000	1.221403	5.429885%
3	1.213630	1.221403	3.638600%
6	1.217426	1.221403	1.828935%
12	1.219391	1.221403	0.916935%
24	1.220391	1.221403	0.459092%

365	1.221336	1.221403	0.030226%
730	1.221369	1.221403	0.015113%
3.650	1.221396	1.221403	0.003023%
36.500	1.221402	1.221403	0.000302%
365.000	1.221403	1.221403	0.000030%

Látható, hogy az elmaradás az "eszményi" kamattól az évi tizenkétszeri tőkésítésnél már nem is annyira borzasztó, hiszen 1 % alá került.
Jelenleg mindenki gyakorlatilag úgy számolhatja ki egy pénzáramlás kamatát, ahogy akarja. Nem meglepő, hogy a befektetési konstrukciókat árulók gyakran visszaélnek ezzel a lehetőséggel.

A valóságosnál kedvezőbb kép kialakításának egyik, a bankok által gyakran alkalmazott módja a sávos kamatozás. Itt a kamatot nyújtó a piacinál jóval magasabb kamatot is könnyen kifizet, igaz nem az egész futamidőre, hanem annak töredékére.
Cserébe egy jóval hosszabb időszakra csak igen keveset fizet.
A befektetési kedv növelése érdekében a reklámokban a magas kamat szerepel, nem pedig az átlagos.

Példaként számítsuk ki egy sávos kamatozású értékpapír éves hozamát:
Tőke: 100.000,- Ft
A bank az alábbi kamatokat fizeti:

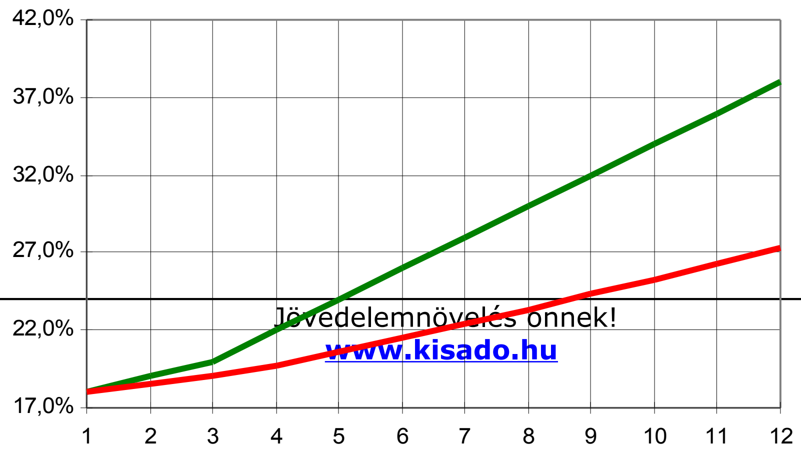
0 - 90 nap	évi	20 %
91 - 180 nap	évi	25 %
181 - 360 nap	évi	30 %

Az egyszerű kamatszámítás képletével számítsuk ki az adott intervallumokra eső kamatot:

0 - 90 nap évi	20 %	(100.000*0,2*90)/360 =	5.000,-
91 - 180 nap évi	25 %	(100.000*0,2*90)/360 =	6.250,-
181 - 360 nap évi	30 %	(100.000*0,3*180)/360=	15.000,-
		ÖSSZESEN:	**26.250,-**

Tényleges hozam: 26.250/100.000,-= 26,25 %

Az alábbi grafikonon egyik bankunk sávos kamatozású értékpapírjának a hozama szerepel a 90-es években:



A grafikon

felső diagramja a sávos kamatot mutatja, az alsó diagram a tényleges, megszolgált hozamot mutatja. Látni, hogy az utolsó hónap sávos kamata meghaladja a 37 %-ot, az éves hozam azonban csak 27 %.
Ennek ellenére a sávos kamatozás jól bevált módszer a forrásgyűjtésre, hiszen ezek a papírok a fix kamatozásúaknál rugalmasabbak, így az ügyfelek könnyebben juthatnak a pénzükhöz.

Hasonló trükkökkel találkozhatunk az éven túli lejáratú értékpapírok esetében is, ahol a termék eladásakor figyelembe veszik az úgynevezett kamatos kamat hatást.
Van például a piacon olyan papír, amelyik két évre 69 százalékos kamatot ígér. Első látásra ez 34 és fél százalékos éves hozamnak felel meg, azonban ez távolról sincs így, hiszen az első végén már nem csak az eredetileg lekötött tőke, hanem az első évben termelődött hozam is újabb hozadékot eredményez.

E módszerrel még egy viszonylag alacsony éves hozamot nyújtó értékpapírt is el lehet adni a felületes befektetőnek azzal, hogy reklámjában a kiugróan magas éves kamatát hangsúlyozzák.

Eddigi ismereteink során megismerkedtünk az egyszerű és a kamatos kamat számításával, megismertük az előnyét az évenkénti többszöri tőkésítésnek, el tudunk boldogulni a sávos kamatozás útvesztőiben.
Készítsünk el egy egyszerű befektetési számítást, úgy hogy figyelembe vesszük az inflációt is.

Ha valakinek van például 100.000 forintja és szeretné azt tartósan lekötni, a legnagyobb hozamot kínáló megtakarítási forma kiválasztásához érdemes táblázatot készítenie.
Ebben minden évre külön - külön számítsa ki, hogy mekkora összeget kap kézhez, s főképp azt, hogy az adott összeg mit érne akkor, ha abból az inflációra eső jövedelmet leszámítaná.

Ha például egy hároméves lejáratú, 30 % kamatozású értékpapírt vásárolna, miközben az inflációt minden évben 25 %-ra becsülné, a számítás menete a következő:

1. év 30.000 Ft kamat, amelynek 25 % infláció esetén jelenlegi értéke (30.000/1,25) = 24.000 Ft.
2. év 30.000 Ft kamat, amelynek 25 % infláció esetén jelenlegi értéke (30.000/(1,25*1,25)) = 19.200 Ft.
3. év 30.000 Ft kamat, amelynek 25 % infláció esetén jelenlegi értéke (130.000/(1,25*1,25*1,25)) = 66.560 Ft.
A befektető a harmadik évben megkapja a befektetett 100.000 Ft tőkét is.

A befektető jelenértéken összesen 24.000 + 19.200 + 66.560 = 109.760 Ft -t kap meg, reálértéken tehát 3 év alatt 9.760 Ft-tal gyarapodott a pénze, amely minimális reálhozamnak felel meg.

Diszkontálás

A váltó a kereskedelemben használatos pénzhelyettesítő eszköz. Ha egy vállalat valamiért nem "készpénzzel" fizet, akkor váltót állít ki.

A váltón szerepel többek között a váltó névértéke (T) és az esedékesség időpontja, az un. lejárat napja. Ez az a nap, melyiken a váltó annyit ér, mint a névértéke. Ezen a napon a váltót az adósnak ki kell fizetnie. A kiállítás időpontja és az esedékesség időpontja közötti időtartam általában néhány hónap.

A diszkontálás műveletének vizsgálatakor a következő, gyakorlatban a 90-es évek elején nagyon sokszor előforduló példából induljunk ki.

Adott egy "T" névértékű váltó.
A lejárata előtt "d" nappal leszámítoltatjuk "r %" diszkontláb mellett.
Kérdés : mennyi lesz a váltó eladási ára?

A váltóleszámítolás ősidők óta úgy történik, hogy a váltó névértékéből a lejáratig esedékes kamatot előre levonják (a váltót diszkontálják).

Vezessük be a következő jelöléseket:

T: a váltó névértéke	pl.: 1000
r: a bankári diszkont kamatláb	pl.: 8 %
i : a diszkont kamatláb tizedes törtben kifejezett értéke	pl.: 0.08
d : a napok száma	pl.: 90

t =d/365   t = d/360 attól függően, hogy az évet hány naposnak vesszük.

A diszkontnak két formája ismert:

1. Racionális (matematikai) diszkont

A "T" névértékű váltónk most, a lejárat előtt "d" nappal nem ér "T" forintot, hanem annál valamennyivel kevesebbet, mondjuk csak "Tr" forintot.
Vagyis jelöljük a diszkontált váltó jelenértékét Tr-rel.

A sima kamatszámításnál találkoztunk egy hasonló feladattal, ott az aktualizálás címet adtuk neki: a tőke jövőbeli értékéből határoztuk meg a jelenértékét a következő módon:
Ha "t" ideig kamatozik "Tr" összeg, akkor a kamata:
I = Tr * i * t Vagyis T = Tr + I = Tr +Tr * i * t = Tr*(1 + i * t)
ebből kifejezve Tr-et :   Tr =T/(1+i*t)

A racionális, matematikai diszkont

Egy évben lévő napok száma	360
A váltó névértéke	100.000
A racionális diszkont kamatláb	25.0%
A lejáratig hátralévő napok száma . ..	90
A váltó jelenértéke	94.118

Nézzük meg, hogy a lejáratig hátralévő napok számát hogyan tudjuk meghatározni a többi érték ismeretében:

A váltó névértéke	100.000
A váltó jelenértéke	85.000

A racionális diszkont kamatláb	20%
A lejáratig hátralévő napok száma . . .	318

Amennyiben tudjuk azt, hogy a racionális (matematikai) diszkontálás szerint dolgoznak, ismerve a lejáratig hátralévő napok számát, valamint azt az összeget, amit a váltóért adnak, nézzük meg, hogy milyen kamatlábbal számoltak:

A váltó névértéke	100,000
A váltó jelenértéke	95,000
A lejáratig hátralévő napok száma . . .	90
A racionális diszkont kamatláb	21,1%

A váltók, kötvények diszkontálásánál - a példák számadataiból következően teljesen érthetően - a bankok, pénzintézetek nem a racionális (matematikai) eljárást alkalmazzák, hanem az úgynevezett bankári diszkontot.

2. A bankári diszkont

A bankári diszkont logikája a következő: Ne abból induljunk ki, hogy egy jövőbeli követelés mennyit ér ebben a pillanatban (mennyi a jelenértéke egy adott kamatszint mellett), hanem abból, hogy a szóban forgó jövőbeli követelésből le kell vonni egy, a kamatszinttől függő összeget.

Ezen logika szerint: jelenérték = névérték - névérték * i * t vagyis
jelenérték = névérték * (1 - i * t)
jelöléseinkkel: $Tr = T * (1 - i * t)$

Ahhoz, hogy valamennyire is össze tudjuk hasonlítani a kétféle gondolkodásmódot, érdemes ugyanazon számadatokkal végigszámolni a példákat.

A bankári diszkont

A váltó névértéke	100,000
A bankári diszkont kamatláb	25%
A lejáratig hátralévő napok száma . . .	90
A váltó jelenértéke	93,750

Nézzük a lejáratig hátralévő napok számát:

A váltó névértéke	100,000
A váltó jelenértéke	85,000
A bankári diszkont kamatláb	20%
A lejáratig hátralévő napok száma . . .	270

Ilyen számadatok esetén mennyi lesz a bankári diszkontláb:

A váltó névértéke	100,000
A váltó jelenértéke	95,000
A lejáratig hátralévő napok száma . . .	90
A bankári diszkont kamatláb	20.0%

A váltó névértéke:

A váltó jelenértéke	98,000
A bankári diszkont kamatláb	22%
A lejáratig hátralévő napok száma . . .	34
A váltó névértéke	100,079

Ahhoz, hogy jól össze tudjuk hasonlítani a kétféle diszkontálást, hozzunk össze őket egy táblázatba.
Nézzük meg, hogy mennyi eltérés van a kétféle eljárás között:

A racionális (matematikai) és a bankári diszkont összehasonlítása

A váltó névértéke	100,000
A "diszkont" kamatláb	20.0%
A lejáratig hátralévő napok száma . . .	90
A váltó jelenértéke (racionális) . . .	95,238
A váltó jelenértéke (bankári) . . .	95,000
Eltérés mértéke	0,25 %

Összefoglalva: a kétféle diszkontálás közül nem kétséges, hogy a bankok, és pénzintézetek melyiket fogják választani.
A bank a bankári diszkontálási eljárással jobban jár, szélsőséges esetben nem is kicsit.
Az alapvető különbség a kétféle eljárás között az, hogy a vetítési alap más a kétféle módszer esetén!

A racionális (matematikai) diszkontálás esetén a vetítési alap a jelenérték, tehát itt időben mindig előrefelé számolunk. (A jelenértékből számoljuk ki az adott kamatláb segítségével a jövőértéket, ami egyenlő a névértékkel.)

A bankári diszkontálás esetén pedig a vetítési alap a jövőérték, tehát itt időben visszafelé számolunk.
Vagyis a névértékből egyszerűen levonják a hátralévő időre járó kamatláb és a névérték szorzatát.

A diszkontálás értelemszerűen nem csak váltóleszámítolásnál jelentkezik.
Ugyanígy szükség van rá, ha egy jövőben esedékes megtérülésnek szeretnénk megnézni a jelenértékét.

A diszkontálás lényegében a kamatos kamat számítás reciproka.
Itt az alapkérdés az, mi a mostani értéke egy jövőben esedékes bevételnek.

Példa.
Egy 1996. január 1-én esedékes 4484 Ft összegű követelés (bevétel) 35 százalékos kamatlábat figyelembe véve, mennyit ér 1991 január 1-én?

$$=4484*(1/1{,}35^{5})=1000$$

Amennyiben az az időpont, amelyre diszkontálunk, egybeesik a befektetés indulási idejével, akkor azt mondjuk, hogy a nulladik időpontra történik a diszkontálás.
A kamat- és diszkonttényezőkkel azonban a különböző időpontban jelentkező bevételeket és kiadásokat is összehasonlíthatóvá tudjuk tenni.

Példa.:
Egy befektetéssel kapcsolatban a következő kiadások merülnek fel:

1995. január 1-én	2000
1996. január 1-én	3000

Ez a befektetés 1997. január 1-én 4000 és 1998. január 1-én szintén 4000 egység bevételt eredményez.
Vizsgáljuk meg, hogy 35 %-os kamatszint mellett a befektetés gazdaságos-e.

A kiadásokat és bevételeket először 1995. január 1-jére tőkésítjük:
Összes kiadás: 2000*1,35+3000=5700

Összes bevétel: $4000*(1/1{,}35)+4000*(1/(1{,}35^{2}))=5158$
Mint a példából kitűnik, a bevétel összege nem éri el az ugyancsak tőkésített kiadás összegét, tehát a befektetés nem a legszerencsésebb, legalábbis 35 %-os kamat mellett nem. (A hozadék közelítő számítással 28 %.)

A diszkontálás alapképletéből kiindulva készítsünk inverz feladatokat.

1. Számítsuk ki a kamatlábat

Alapösszeg	1.500,- Ft
Jövőbeli érték	2.800,- Ft
Évek száma	14 év

Hány százalék a kamatláb?

Kamatláb = $14\sqrt{\frac{2800}{1500}}$ =1,045

Kamatláb = 1,045-1=0,045 = 4,5 %

2. Az időszakok számának meghatározása

Alapösszeg	2.000,- Ft
Jövőbeli érték	2.800,- Ft
Kamatláb	20 %

Hány év alatt nő fel 2.000 Ft tőke 20 %-os kamatláb mellett 2.800 Ft-ra ?

Évek száma = $\frac{\lg 2800 - \lg 2000}{\lg 1{,}20}$ **=** $\frac{0{,}146128}{0{,}079181}$ **=1,84**

Itt kell megismerkednünk egy fontos fogalommal amely meghatározó mind a beruházások mind a befektetések vizsgálatánál. Ez a fogalom a **jelenérték**.

Jelenérték... a jövőben visszajövő pénzeket akkor tudjuk helyesen megítélni, ha átszámoljuk azokat a pénz "jelenlegi értékére". A jelenérték valamely jövőbeli pénzkifizetésnek a jelenbeli értéke. A jövőbeli összeget elosztjuk (diszkontáljuk) egy kamatlábbal, és így megkapjuk a pénz jelenértékét. Más oldalról megközelítve: azt adja meg, mekkora összeget kell ma befektetnünk ahhoz, - egy bizonyos kamatozás mellett - hogy meghatározott időpontban az elérjen egy másik összeget.

Az egy év múlva esedékes 10.000 Ft jelenértéke biztosan kisebb mint 10.000 ,- Ft. Végül is 1 Ft ma többet ér mint holnap, mert a mai forint befektethető és kamatozik. Ezek szerint egy későbbi bevétel jelenértékét egy 1-nél kisebb diszkonttényezővel való szorzás útján kaphatjuk meg.

A jelenértéket úgy számoljuk ki, hogy a jövőben várt bevételeket a hasonló befektetés által ígért hozammal vagy megtérülési rátával diszkontáljuk.
Ezt a rátát haszonáldozatnak, vagy a tőke alternatívköltségének is nevezzük. A jelenértéktől szűkebb kategória a nettó jelenérték.

A **nettó jelenértéket** úgy kapjuk, hogy a jelenértékből levonjuk a felmerült ráfordításokat.

Nettó jelenérték... különböző befektetések összehasonlítására szolgáló mutató. A befektetéseknél kiszámolja az egyes pénzáramlások (a ki - és befizetések, negatív és pozitív számok) jelenértékeit, majd azokat összeadják. Ha ez pozitív, akkor a befektetés az adott diszkontráta mellett elfogadható, illetve két befektetés közül az a jobb, amelyiknek nagyobb a nettó jelenértéke.

Példa:
100.000 Ft-ért vásárolunk egy értékpapírt, amely három éves lejáratú és évente 20.000 Ft hozamot fizet. A piaci kamatláb 30 %. Vizsgáljuk meg, hogy érdemes-e ebbe az értékpapírba fektetni.

$$\text{Jelenérték} = \frac{20\text{ e}}{1{,}3} + \frac{20\text{ e}}{1{,}3^2} + \frac{120\text{ e}}{1{,}3^3} = 81.838 - 100.000 = \mathbf{-18.162}$$

Látható, hogy a jelenérték negatív szám, így ez rossz befektetés.

Csak azokat a befektetéseket fogadjuk el amelynek a jelenértéke 0, vagy pozitív szám.

JÁRADÉKSZÁMÍTÁS

Az egymásután következő időpontokban esedékes pénzmennyiségek értékelése a kamatok figyelembevételével mindennapi életünkhöz tartozó kérdéskör. (Pl. lakáskölcsön törlesztése, részletfizetés stb.)

Az egyenlő időközökben egyenlő vagy előre meghatározott törvényszerűség alapján változó összegű fizetések sorozata a **járadék**.

A befizetések célja szerint megkülönböztetünk gyűjtő és törlesztő járadékot.

Gyűjtő járadék esetén a befizetések kamatokkal együtt számított felnövekedett értékét keressük, a *törlesztő járadéknál* az adott kamatláb mellett a diszkontált értéket kell meghatározni.

Az annuitás egy olyan speciális számítási módszer, amely abban az esetben alkalmazható, amikor: - a nulladik időpontban egy összegben merül fel a befektetés,

- n időegységen át,
- konstans bevételt eredményez.

Ekkor egy mutató segítségével meghatározható az átlagos tőkeköltség, illetve az elvárható átlagos hozam mértéke.

Járadéktag = fizetések sorozata
Járadékköz = időegység

Használjuk a következő jelöléseket:

i = p/100
q = 1+i
a = állandó járadéktag
n = a járadéktagok száma
Vn1 = az n tagú járadék diszkontált értéke egy időszakkal az első tag esedékessége előtt
Vn = az n tagú járadék diszkontált értéke az első járadéktag fizetésekor
Sn = az n tagú járadék felnövekedett értéke az utolsó járadéktag fizetésekor
Sn1 = az n tagú járadék felnövekedett értéke az utolsó járadéktag fizetése után egy időszakkal

A jövőbeni értékek meghatározása:

A járadék felnövekedett értéke az utolsó időköz végén, vagyis az utolsó befizetés után egy időszakkal:

$$S_n^{(1)} = a * q * \frac{q^n - 1}{i}$$

A járadék felnövekedett értéke az utolsó fizetés időpontjában:

$$S_n = a * \frac{q^n - 1}{i}$$

A jelenértékek meghatározása:

A járadék diszkontált értéke egy időszakkal az első tag befizetése előtt:

$$V_n^{(1)} = \frac{a*(q^n-1)}{q^n*i}$$

A járadék diszkontált értéke az első tag befizetésének időpontjában:

$$V_n = q * \frac{a*(q^n-1)}{q^n*i}$$

A járadéktag számítása:

Arra keressük a választ, hogy mekkora járadékot (a) kell fizetni n időszakon át i kamatláb mellett, hogy meghatározott összeghez jussunk, illetve milyen összegű járadékkal egyenértékű adott összeg, ha az időszakok száma n, a kamatláb pedig i.

A fenti képletekből ez egyszerű egyenlet átrendezéssel megoldható.

Sn1 - ből $$a = \frac{S_n^1*i}{q*(q^n-1)}$$

Sn - ből $$a = \frac{S_n*i}{q^n-1}$$

Figyelem!
A gyakorlatban mindig éves kamatláb van megadva.
Ha a törlesztés vagy tőkésítés havonta, negyedévente, félévente történik az i kamatlábat osztani kell 12-vel 4-gyel illetve 2-vel.

A járadéktagok számának meghatározása:

Az a járadéktagú i kamatlábú, Sn illetve Vn járadék hány tagú (n) járadéknak felel meg. Az előző képletekből egyenletátrendezéssel szintén megoldható, itt azonban a megoldás már logaritmus segítségével történik.

Sn1 - ből

$$n = \frac{\lg(S_n^1*i+a*q)-}{}$$

$$n = \frac{\lg(S_n * i + a) -}{\ldots}$$ Sn - ből

$$n = \frac{\lg a - \lg(a -}{\ldots}$$ Vn1 -ből

$$n = \frac{\lg a * q - \lg(a *}{\ldots}$$ Vn -ből

Hitelek törlesztése

A törlesztés a hitel visszafizetésének olyan módja, amikor a kamato-zó hitelt egyenlő időközönként, azonos részletekben fizetjük.
Ekkor beszélünk a hitel diszkontálásáról, illetve diszkontált értéké-ről, jelenértékéről.

A kölcsönök törlesztése matematikai szempontból történhet:
- egy összegben, amikor n éven át csak a kölcsön kamatait fizetik,
- az évi törlesztésekkel és a mindenkori tartozás kamatainak a kifi-zetésével,
- annuitásos törlesztéssel.

Most jelenleg csak az utóbbival foglalkozunk.
Az annuitásos törlesztésnél nagy előnyt jelent az a körülmény, hogy évente állandó összeget - annuitást - kell fizetni.

Az **annuitás** magában foglalja a mindenkori tartozás kamatát és egy bizonyos törlesztőrészt.

Ennek következtében az annuitás összetétele évről-évre változik.
Mivel a törlesztés egyenlő befizetésekkel - járadékszerűen - történik, nyilvánvaló hogy az annuitást a járadék diszkontált értékéből hatá-rozzuk meg.

Kötvények*

A kötvény olyan kamatozó értékpapír, amely kibocsátója arra kötelezi magát, hogy egy meghatározott időpontban a kötvény névértékét visszafizeti, valamint az egy előre rögzített kamatláb alapján számított kamatokat kifizeti a kötvény tulajdonosának.

A kötvény tehát hitelviszonyt létesít annak kibocsátója, és tulajdonosa között.
Vagyis egy kötvény vételekor különböző időpontbeli pénzek cserélnek gazdát: A kötvényt vásárló a vásárlás időpontjában ad ki pénzt egy jövőbeni pénzért (pénzekért), vagyis jövőbeni pénzt (pénzeket) vesz jelenbeli pénzért.

<u>A kötvénykibocsátás paraméterei:</u>

- kibocsátási összeg
- kibocsátás időpontja
- futamidő
- türelmi idő
- visszafizetés ütemezése
  - lejáratkor egy összegben
  - évente meghatározott összegben
- kamatfizetés
  - évente
  - félévente
  - havonta
  - lejáratkor egy összegben
- kamatláb mértéke
  - fix kamatozású
  - változó kamatozású
- törlesztés formája
- adózás

A kötvények matematikája roppant egyszerű akkor, ha - a kibocsátó bankot is beleértve - égen-földön nem találni senkit sem, akinek azt el lehetne adni (akármilyen áron).
A helyzet akkor kezd bonyolódni, amikor a kötvényeket adják-veszik, és az árfolyamuk eltér a névértéküktől.

A számolásainkban a következő jelöléseket fogjuk használni:
- F: a kötvény névértéke (lejáratkori visszavásárlási ára)
- C: a kamatszelvény értéke (egy kamatfizetéskor kifizetett összeg)
- n: a még be nem váltott kamatszelvények száma
- c: a kötvény nominális kamatlába (névleges kamatláb)
- p: piaci kamatláb
- A: a kötvény árfolyama

Kötvénytulajdonosként két választási lehetőségünk van: vagy megtartjuk a kötvényt addig, amíg az le nem jár, vagy eladjuk.

Kérdés: Mennyit szabad adni egy olyan kötvényért, amely még n db kamatszelvénnyel rendelkezik?

Ez nem okoz gondot akkor, ha a kötvény "c" nominális kamatlába megegyezik a hasonló kockázatú, futamidejű befektetések "p" kamatlábával, a röviden csak piaci kamatlábnak nevezett értékkel.

Mi van akkor, ha ezek eltérnek egymástól?
Természetesen ekkor a piaci kamatlábat kell irányadóként venni, hiszen azt, hogy mibe fektessünk, ez határozza meg.

A vételárat két rész összegéből számíthatjuk ki:
1. a lejáratkor esedékes névérték jelenértéke
2. a kifizetendő kamatok jelenértéke

A névérték jelenértékét a kamatos kamatszámításnál tárgyalt aktualizálás felhasználásával tudjuk kiszámítani.

Ezek szerint:

$$\text{Névérték jelenértéke} = \frac{F}{(1+p)^n}$$

A kifizetendő kamatok annuitást alkotnak, így ennek jelenértékét már egy korábbi részben kiszámoltuk:

$$\text{Kamatok jelenértéke} = C * \frac{1-(1+p)^{-n}}{p}\text{, vagyis}$$

$$\text{A reális vételár} = \frac{F}{(1+p)^n} + C * \frac{1-(1+p)^{-n}}{p}$$

$$\text{A reális vételár} = F * \frac{p + c*[(1+p)^n - 1]}{p*(1+p)^n}$$

Kötvény vételárának meghatározása

A kötvény névértéke . . . . :	10,000
Névleges kamat . . . . :	25.0%
Piaci kamatláb . . . . :	24.5%
Hátralévő kamatfizetések száma . . :	4
A kötvény vételára . . . . :	8,917

Kötvényvásárlás esetén a befektetésünk után valamilyen hozamot remélünk.
Nézzük meg, hogy ez mennyinek adódik.
Ahogy neki akarunk látni, rögtön dilemma előtt állunk:
Mit is jelent a hozam?
Azt már rögtön érezzük, hogy a kötvény névleges kamatából számított hozam (nevezzük névleges hozamnak) nem túlságosan jó ismérve a befektetés helyességének mérésére.

névleges hozam = kifizetett kamat/névérték

Ez az a százalékos formában megadott szám (például 25 %) a kötvény kibocsátásakor megadott kamatláb.

Ez - amennyiben a vételár eltér a névértéktől - nem sokat mond.
Valamivel többet mondana egy olyan szám, amelyet a jegyzett árfolyamból képzünk.

Elfogadható lenne a következő definíció:
egy még nem végleges hozam = kifizetendő kamat/jegyzett árfolyam

Ez a hozam már elfogadható lenne.
De van egy probléma: a jegyzett árfolyam nem "tiszta", vagyis a legutolsó kamatfizetés óta fölgyülemlett kamat benne van a jegyzett árfolyamban, ami torzítja a különböző kötvények összehasonlíthatóságát.

Tiszta árfolyam = Jegyzett árfolyam - c * d/365, ahol

c: a kötvény nominális kamatlába (névleges kamatláb)
d: a legutolsó kamatfizetés óta eltelt napok száma

Kötvény tiszta árfolyama

A kötvény névértéke . . . . :	10,000
A kötvény jegyzett árfolyama . . . :	9,500
Névleges kamat . . . . :	25.0%
Kamatfizetés óta eltelt napok száma:	30
Tiszta árfolyam . . . . :	9,295

Ezen a tiszta árfolyamon keresztül már jobban össze tudjuk hasonlítani a különböző kamatfizetési időponttal rendelkező kötvényeket, és ez az árfolyam lehetőséget ad arra, hogy egy használható hozamot definiáljunk:

$$\text{egyszerű hozam} = \frac{\text{Kifizetendő kamat}}{\text{Tiszta árfolyam}}$$

Egyszerű kötvényhozam

A kötvény névértéke . . . . :	10,000
A kötvény jegyzett árfolyama . . . :	9,200
Névleges kamat . . . . :	25.0%
Kamatfizetés óta eltelt napok száma:	30
Tiszta árfolyam . . . . :	8,995
Egyszerű kötvényhozam . . . . . . :	27.79 %

Ez az egyszerű kötvényhozam már jelzi azt, hogy a kötvények nem névértéken cserélnek gazdát, hanem egy attól általában eltérő árfolyamon.

Ez a hozam azonban egy fontos részletről megfeledkezik: nincs benne az a jövedelem, amely abból adódik, hogy a kötvényeket névértéken törlesztik, viszont ettől eltérő áron vásárolják!
Ebből következik, hogy kifinomultabb hozamszámot kapunk, ha az egyszerű kötvényhozamot korrigáljuk a névérték és a vételárfolyam egy évre jutó különbségével.

$$\text{korrigált hozam} = \text{egyszerű hozam} + \frac{\text{Névérték - Jegyzett árfolyam}}{\text{Névérték * Hátralévő törlesztési idő}}$$

A hátralévő törlesztési idő egyenlő a lejáratig hátralévő idővel, ha a kötvény névértékének visszafizetése a kötvény lejáratakor egy összegben esedékes.

Amennyiben olyan a kötvény konstrukciója, hogy nem a kötvénylejártakor törlesztik a névértéket, akkor a hátralévő törlesztési időt a következőképpen definiáljuk:
Hátralévő törlesztési idő = t1 + t2 + ... + tn, ahol

$$ti = \frac{Vi}{V} * di \text{ , és}$$

Vi = az i-edik törlesztőszelvény értéke
di = az i-edik törlesztőszelvény beváltásáig hátralévő idő
V = a kötvény lejártáig hátralévő törlesztőszelvények értékeinek összege

Korrigált kötvényhozam

A kötvény vételára . . . . :	9,500
A kötvény névértéke . . . . :	10,000
Névleges kamat . . . . :	25.0%
Kamatfizetés óta eltelt napok száma:	30
Hátralévő kamatfizetések száma . . :	4.00
Tiszta árfolyam . . . . :	9,295
Egyszerű kötvényhozam . . . . . . :	26.9 %
Korrigált kötvényhozam . . . . . . :	28,66 %

Tegyük föl, hogy egy vállalat olyan kötvényt bocsát ki, amelyet nem egy összegben, hanem évenként, részletekben fizet vissza.

Ekkor az előbb definiált kötvényhozamokkal nem sokra megyünk.
Ez a feladat már a kötvények matematikáján túlmutat.
Az előbb olyan kötvényfajtákkal végeztük a számításokat, amelyek fix kamatozásúak voltak, kamatfizetésre évente egyszer került sor, valamint a kötvény névértékét lejáratkor fizették vissza.

Ez a kötvénykonstrukció Magyarországon nagyon jónak látszott azokban az időkben, amikor az infláció még egyáltalán nem volt ijesztő mértékű, különösen akkor nem, ha azt az akkor ígért fix kamatok nagyságához hasonlítottuk. (Az anyag a 90-es években készült!)

Az évek múlásával azonban a kötvénytulajdonosokat egy nagyon kellemetlen meglepetés érte: az infláció erősödött, olyannyira, hogy az általuk birtokolt kötvények egy csapásra elvesztették vonzerejüket: az infláció túlszárnyalta a kötvények fix kamatait.

Azt hiszem, teljesen egyértelmű, hogy a kötvényvásárlásokat inflációs időkben a fix kamatozású kötvények helyett változó kamatozású kötvényekkel lehet kedvezőbbé tenni.

Erre szolgálnak az úgynevezett kamatprémiumok. Ez azt jelenti, hogy abban az évben, amelyikre kamatprémiumot ígérnek, az azévi esedékes kamat nagysága nő.

Nézzük meg egy példa kapcsán, mennyit is javít a helyzeten az, ha a 25%-os névleges kamatozású kötvényünkre erre az évre 3% kamatprémiumot ígérnek.
Az ez után következő évekre senki semmit sem ígért, így azokra az évekre a csak a névleges kamatot számolhatjuk.

A kötvény jelenértékéhez minden egyes kamatfizetés egy adott súllyal járul hozzá. Ennek nagyságát számszerűen számoljuk ki!

Az előző részben használt jelöléseket megtartva:

F: a kötvény névértéke (lejáratkori visszavásárlási ára)
C: a kamatszelvény értéke (egy kamatfizetéskor kifizetett összeg)
n: a még be nem váltott kamatszelvények száma
c: a kötvény nominális kamatlába (névleges kamatláb)
p: piaci kamatláb
A: a kötvény árfolyama

Az 1. periódus végén a kamatszelvény értéke:

$$C1 = F * i1, \quad \text{jelenértéke:} \quad PV1 = \frac{C1}{(1 + p)} = F * \frac{i1}{(1 + p)}$$

A 2. periódus végén a kamatszelvény értéke:

$$C2 = F * i2, \quad \text{jelenértéke:} \quad PV2 = \frac{C2}{(1 + p)^2} = F * \frac{i2}{(1 + p)^2}$$

.

Az n. periódus végén a kamatszelvény értéke:

$$Cn = F * in \quad \text{jelenértéke:} \quad PVn = \frac{Cn}{(1 + p)^n} = F * \frac{in}{(1 + p)^n}$$

Változó kamatozású kötvények

Periódusok száma	Kötvény kamatláb	Kifizetett összeg	Jelen-értéke	Piaci kamatláb: 30.0%
0				
1	28%	28.00	21.54	

2	25%	25.00	14.79
3	25%	25.00	11.38
4	25%	25.00	8.75
5	25%	125.00	33.67

A legutolsó kamatfizetés óta eltelt napok száma . . . . . : 0
Tiszta árfolyam . . . . . . : 90.13

Nézzük meg, hogy a tiszta árfolyamra hogyan hat az, ha egy kötvény névértékét nem lejáratkor fizetik vissza egy összegben, hanem azt egyenletesen (vagy nem egyenletesen) elosztva törlesztik!

Változó kamatozású és törlesztésű kötvények

Periódusok száma	Visszafizetendő tőke	Kötvény kamatláb	Kifizetett összeg	Jelenértéke	Piaci kamatláb: 30.0%
0					
1	20%	28%	28.00	36.92	
2	20%	25%	40.00	23.67	
3	20%	25%	35.00	15.93	
4	20%	25%	30.00	10.50	
5	20%	25%	25.00	6.73	
	100%			93.76	

Láthatjuk, hogy amennyiben a kötvény névértékét egyenletesen törlesztik, úgy a kötvény jelenértéke a 90.13 Ft-ról 93.76 Ft-ra nőtt. Ez is természetes összhangban van a fenti megállapításunkkal, hiszen hamarabb hozzájutottunk pénzünkhöz.

Eddigi számításunkban alapföltevésként használtuk ki azt a tényt, hogy a piaci kamatláb - vagyis az alternatív befektetési formák által kínált elérhető hozam - több éven át nem változik.

Mi van akkor, ha - mondjuk itt Magyarországon - a piaci kamatláb évente más - és más. Ez a piaci kamatlábváltozás hogyan hat a kötvények jelenértékére?

Az előző részben használt jelöléseket megtartva:
- F: a kötvény névértéke (lejáratkori visszavásárlási ára)
- C: a kamatszelvény értéke (egy kamatfizetéskor kifizetett összeg)
- n: a még be nem váltott kamatszelvények száma
- c: a kötvény nominális kamatlába (névleges kamatláb)
- p: piaci kamatláb

A: a kötvény árfolyama

Az 1. periódus végén a kamatszelvény értéke:

$$C1 = F * i1, \quad \text{jelenértéke:} \quad PV1 = \frac{C1}{(1 + p1)} \quad F * \frac{i1}{(1 + p1)}$$

A 2. periódus végén a kamatszelvény értéke:

$$C2 = F * i2, \quad \text{jelenértéke:} \quad PV2 = \frac{C2}{(1 + p1) * (1 + p2)}$$

$$PV2 = F * \frac{i1}{(1 + p1) * (1 + p2)}$$

.

.

Az n. periódus végén a kamatszelvény értéke:

$$PVn = \frac{Cn}{(1 + p1) * (1 + p2) * \ldots * (1+pn)} =$$

$$= PV_n = F * \frac{in}{(1 + p_1) * (1 + p_2) * \ldots * (1+p_n)}$$

A változó kamatozású papírok árfolyama általában a névérték körül mozog.
Nem tudhatjuk előre, mennyi is lesz a jövőben a kötvény kamata, illetve mennyi lesz a jövőben az "elfogadható kamat" de azt tudjuk, hogy a változó kamatozás a piaci kamatokhoz igazodik, így az ilyen kötvény után végül mindig a piaci kamatot kapjuk.

Változó kamatozású és törlesztésű kötvények változó piaci kamatlábak esetén

Periódusok száma	Visszafizetendő tőke	Kötvény kamatláb	Piaci kamatláb	Diszkont faktor	Kifizetett összeg	Jelen-értéke
0						
1	20%	28%	30.0%	76.92%	48.00	36.92

2	20%	25%	27.0%	60.57%	40.00	24.23
3	20%	25%	26.0%	48.07%	35.00	16,82
4	20%	25%	26.0%	38.15%	30.00	11.45
5	20%	25%	26.0%	30.28%	25.00	7.57
	100%					96.99

Ha megváltozik a piaci kamatláb, akkor ennek függvényében hogyan változik meg a kötvény jelenértéke?

A számításainkban most vegyük egybe a kamatfizetést és a kötvény névértékének törlesztését, és vezessük be a következő jelöléseket:

Ck: k-adik törlesztőrészlet
pvk: k-adik törlesztőrészlet jelenértéke

Ezen jelölésekkel a kötvény jelenértéke:

$$PV = pv1 + pv2 + \ldots + pvn \text{ ahol } pvk = \frac{Ck}{(1 + p)^{k}} = Ck * (1 + p)^{-k}$$

A kötvény jelenértéke PV ebben az esetben csak egy változótól, a p-től, a piaci kamatlábtól függ, ugyanis minden egyes törlesztőrészlet adott állandó, valamint a futamidő is adott.

Egy függvény, jelen esetben
$pvk\colon\ p + Ck * (1 + p)^{-k}$ ahol Ck és k állandók

Ha r megváltozik, akkor pvk -kon keresztül PV is megváltozik.
Ennek mértékét úgy kapjuk meg, ha a PV(r) függvényt deriváljuk.
A PV(r) függvény n db pv1, pv2, ... pvn függvény összegéből áll, így tagonként deriválhatjuk.
Minden egyes pvk függvény hatványfüggvény, így a deriválásuk a hatványfüggvények deriválási szabálya szerint:

$$\frac{dpvk}{dp} = -k * Ck * (1+p)^{-k-1} = \frac{-k}{(1+p)} * Ck * (1+p)^{-k} \quad \text{vagyis}$$

$$\frac{dpvk}{dp} = -\frac{k}{(1+p)} * pvk$$

Ennek ismeretében a kötvény jelenértéke:

$$\frac{dPV}{dp} = -\frac{1}{(1+p)} * (1*pv1 + 2*pv2 + \ldots + k*pvk + \ldots + n*pvn)$$

Mit is jelent ez az eredmény?

Elmondhatjuk, hogy készen vagyunk?
Ott tartunk, hogy meg tudjuk mondani azt, hogy a piaci kamatláb változása mennyivel változtatja meg egy adott kötvény jelenértékét.
Igen ám, de ha egy kötvény 1 000 Ft névértékű, akkor ez a jelenérték-változási gyorsaság nem hasonlítható össze egy 500 000 Ft kötvényével!
De az már összehasonlítható, ha egy kötvény relatív jelenérték-változási gyorsaságáról beszélünk!
Ehhez mindkét oldalt el kell osztanunk PV -vel:

$$\frac{1}{PV} * \frac{dPV}{dp} = - \frac{1}{(1+p)} * \left(1*\frac{pv1}{PV} + 2*\frac{pv2}{PV} + \ldots + k*\frac{pvk}{PV} + \ldots + n*\frac{pvn}{PV}\right)$$

Ezt a levezetett mennyiséget, $\frac{1}{PV} * \frac{dPV}{dp}$ -t **kamatérzékenységnek** nevezik.

Jelentése: egységnyi piaci kamatlábváltozásra bekövetkező relatív, a kezdeti PV jelenértékhez viszonyított relatív árfolyamváltozás.

A levezetésben szereplő összegnek egy külön nevet is adtak:

$$\textbf{DURATION} = 1*\frac{pv1}{PV} + 2*\frac{pv2}{PV} + \ldots + k*\frac{pvk}{PV} + \ldots + n*\frac{pvn}{PV}$$

Ezt a fogalmat talán úgy fordíthatnánk, hogy átlagos lejárati idő.

Nagyon fontos az előbbi képlet.
Inflációs időkben vagy erősen ingadozó piaci kamatlábak esetén ezen szám (a kamatérzékenység) alapján tudjuk azt eldönteni, hogy melyik kötvényt vegyük meg és melyiktől szabaduljunk meg!

Ha a piaci kamatláb lefelé mozog, akkor a negatív előjel miatt árfolyamnyereséget érünk el. Nyilván jó lenne a lehető legtöbbet elérni!

Vagyis olyan kötvényt kell vennünk, amelynek a kamatérzékenysége nagy (ez hozza a legtöbbet a konyhára), ami azt jelenti, hogy a DURATION-ja nagy!

Ugyanakkor ismét csak a nagyobb árfolyamnyereség reményében meg kell szabadulnunk azon kötvényeinktől, amelyeknek DURATION-ja kicsi.

Ezek ugyanis nem "gyarapodnak" annyit, amennyit mi szeretnénk. Ha a piaci kamatláb fölfelé kúszik, akkor pontosan a fordítottját kell tennünk.

Végezetül egy példa a kamatérzékenység és DURATION számítására:

Kamatérzékenység és DURATION számítás

Piaci kamatláb 30.0%	Periódusok száma	Visszafizetendő tőke	Kötvény kamatláb	Kifizetett összeg	Jelen-értéke	k*pvk/PV
	0					
	1	20%	28%	48.00	36.92	0.394
	2	20%	25%	40.00	23.67	0.505
	3	20%	25%	35.00	15.99	0.510
	4	20%	25%	30.00	10.50	0.448
	5	20%	25%	25.00	6.73	0.359
		100%			93,76	2.216

DURATION . . . . . : 2.216
Kamatérzékenyég . : 1.922

*** Megjegyzés:** Valamennyi pénzügyi számítás közül ez a fejezet a legbonyolultabb, feltételez bizonyos matematikai alapműveltséget.

Kötvények és részvények

Sok szempontot kell mérlegelnie annak, aki úgy dönt, értékpapírokba fekteti pénzét vagy legalábbis egy részét.

A közhiedelemmel ellentétben még a legkockázatosabb értékpapírok (részvények) választása, a papírok tőzsdei vagy tőzsdén kívüli piacon forgatása sem azonos a szerencsejátékkal.
Míg a szerencsejátékoknál az eredményt főleg a véletlen határozza meg, az értékpapírpiacon más a helyzet. Itt fölöttébb nagy könnyel-

műség vaktában lövöldözni, de ha jó érzékkel, jó alapkoncepcióval közelítünk hosszú távon valószínűleg pozitív lesz a végeredmény.

A három fő szempont, amit vizsgálni kell: a várható hozam, a kockázat és a likviditás. Természetesen mindenki nagy hozamra, minél kisebb kockázatra és nagyfokú likviditásra törekszik, csakhogy a legtöbb papír a három tényező közül általában csak egyben-kettőben erős, a harmadikban gyenge.

A várható hozam a részvényeknél lehet a legmagasabb. Ez nem jelenti azt, hogy a részvények hozama a legnagyobb, csupán azt, hogy egy sikeres részvénybefektetés többet hozhat a konyhára, mint például egy kötvény. Természetesen az ellenkezője is igaz: a részvényekkel lehet a legnagyobbat veszíteni, azaz, ez a fajta értékpapír fölöttébb kockázatos.

Kevésbé kockázatos, ugyanakkor általában kiugró nyereséget sem biztosít a kötvénybefektetés. A kockázat a kötvénynél kettős: az árfolyam egyrészt attól függően változhat, hogy a kötvény futamideje alatt hogy alakul a piaci kamatszint.

Ha csökken, a fix kamatozású kötvények felértékelődnek, ha pedig növekszik, az árfolyamuk lemorzsolódik. Más típusú kockázat a vissza nem fizetési kockázat, azaz annak veszélye, hogy a kötvényadós fizetésképtelenné válik. Ez már sokkal súlyosabb hatást gyakorol az árfolyamra.

A legkisebb kockázatú kötvények tehát az állampapírok, ezt követik az erős garanciával ellátott papírok, valamint a tőkeerős, stabil cégek által kibocsátott kötvények. Legkockázatosabbak a garancia nélküli, bizonytalan helyzetű cégek kötvényei.

Természetesen - normális körülmények között - a várható hozam annál kisebb, minél biztonságosabb a papír.
Jelentősen mérsékelni lehet a kockázatot azáltal, hogy nem csak egyféle részvényt vásárolunk. Az egyes részvények árfolyama nem csak az adott társaság helyzetét tükrözi, hanem az általános piaci hangulatot is, így tehát részvényvásárláskor - vagy éppen eladáskor - részben a hosszra, illetve a besszre tippelünk.

Az értékpapírok likviditása azt jelenti, milyen gyorsan tehető pénzé a befektetés úgy, hogy ez a tranzakció ne borítsa fel az aktuális árviszonyokat (ne okozzon nagy áresést). A legbiztonságosabb papírok piaca likvid, hiszen a befektetők többsége számára a biztonság a fő szempont, így e papírok iránt mindig van kereslet.
A többi papír likviditása hektikusan változó.

A hozam, kockázat és likviditás optimális kombinációjára természetesen nem adható általános recept, a döntést - mérlegelve a rendelkezésre álló információkat - mindenki maga kell, hogy meghozza.

Pénzügyi elemzés

A pénzügyi elemzés célja a tájékoztatás előkészítése a vezetés és a gazdasági egységen kívüli, külső felhasználók számára.
Egyrészt tömör minősítésre alkalmas mérőszámokat nyújt a jelenlegi és jövőbeli tulajdonosok - befektetők -, hitelezők, valamint a hivatásos pénzügyi szakértők számára.

A külső felhasználók érdeklődése előterében a gazdasági szervezet vezetése hatékonyságát minősítő mérőszámok és a gazdasági szervezetpénzügyi teljesítőképességét kifejező mutatók állnak.
Az utóbbiak mindenekelőtt a hitelezők befektetési döntéseinél nélkülözhetetlenek. A befektetőket elsősorban a társaság jövőbeli gazdasági teljesítményei érdeklik.

A pénzügyi elemzés alapját az összehasonlítás képezi. Az időbeli és térbeli összehasonlítások útján értékes információhoz juthatunk.
Az időbeli összehasonlításnál két-három adatból álló idősor alapján általában nem következtethetünk az időbeli alakulás általános tendenciájára, ehhez minimum öt időszakra van szükség.

A térbeli elemzésnél valamely gazdasági egység pénzügyi adatait vagy azonos iparágba tartozó másik cég adataival, vagy az ipari átlaggal hasonlítjuk össze.

A továbbiakban azt vizsgáljuk meg, hogy milyen területekre kell kiterjeszteni a pénzügyi elemzést, hogyan lehet megítélni a vállalatok fizető és hitelképességét.

A hitelezők a gazdálkodó szervekkel kapcsolatban az alábbi területeken végeznek elemzést:

- fizetőképesség,

- hitelképesség,
- jövedelmezőség,
- hatékonyság,

1. A vállalati fizetőképesség megítélése

A fizetőképesség azt jelenti, hogy egy vállalat egy meghatározott időszakon belül rendelkezik annyi pénzzel, és pénzzé tehető eszközzel, amennyivel eleget tud tenni az adott időszakban felmerülő fizetési kötelezettségeinek.

A vállalati mérlegekben a fizetés céljára felhasználható viszonylag könnyen mobilizálható eszközöket a forgóeszközöket jelentik. Ezek a mérleg Eszköz oldalának "B" jelű részét képezik.
Az éven belüli rövidlejáratú kötelezettségek a mérleg forrásoldalának F II. blokkjában találhatók.

A likviditási mutató ezek egymáshoz viszonyított arányát fejezi ki:

$$\text{Likviditási mutató} : \frac{\text{Összes forgóeszköz}}{\text{Összes rövidlejáratú kötelezettség}}$$

Egy vállalat likviditása azt mutatja, hogy milyen mértékben képes rövid távú kötelezettségeinek eleget tenni. A megfelelő likviditás különösen fontos magas infláció esetén és a vállalkozás kezdeti szakaszán.
Egy cég likviditása szoros kapcsolatban van annak készpénzforgalmi pozíciójával.

Fontos szem előtt tartani, hogy a magas likviditási ráta nem jelent szükségszerűen jót vagy rosszat. Egy magas érték jelentheti, hogy a cég nem elég hatékonyan használja rövid távú forrásait, ugyanakkor az is lehet, hogy tartalékol egy közeljövőben várható gazdasági bizonytalanságra. Ha a mutató magasabb az 1:1-hez aránynál, a forgóeszközök és rövidlejáratú kötelezettségekben bekövetkezett azonos növekedés a ráta csökkenéséhez, az azonos csökkenés pedig annak növekedéséhez vezet.

A nemzetközi szakirodalomban általánosan elfogadott alapszabály, hogy egy vállalat akkor tekinthető fizetőképesnek, ha legalább kétszer annyi forgóeszközzel rendelkezik, mint amennyi a rövid lejáratú kötelezettsége, elfogadott értéke ≥ 2.

A fizetőképesség másik gyakran használt képlete a likviditási gyorsráta. Ez a likviditási ráta finomított változata. A mutató számításánál a számlálóban csak a gyorsan pénzzé tehető forgóeszközöket, általában a pénzt, az értékesíthető értékpapírokat, és a vevők állományát szerepeltetik.

$$\text{Likviditási gyorsráta} = \frac{\text{Forgóeszközök - Készletek}}{\text{Összes rövidlejáratú kötelezettség}}$$

Mivel a mutató számlálójában kisebb érték szerepel, mint a teljes forgóeszköz-állomány, így értelemszerűen a hányados számszerű értékének is kisebbnek kell lennie mint a likviditási mutatónak. Általánosan elfogadott értéke ≥ 1.

A harmadik mutató amely segít megállapítani a vállalat fizetőképességét a dinamikus likviditási ráta, amely a folyamatos működésből származó pénzeszközöknek és rövidlejáratú kötelezettségeknek a hányadosa.

$$\text{Dinamikus likviditási ráta} = \frac{\text{Pénzeszközök}}{\text{Összes rövidlejáratú kötelezettség}}$$

Általánosan elfogadott értéke $\geq 0{,}4$.

Az alábbiakban egy cég mérlegadatai szerepelnek. A példák ennek a mérlegbeszámolónak az adatai alapján kerülnek kiszámításra.

2. A hitelképesség mérése

A hitelképesség a fizetőképességgel ellentétben hosszú távú közgazdasági kategória és a vállalat eladósodottságát jellemzi. Azt fejezi ki számszerű formában, hogy a vállalat eszközállománya mennyire terhelt adóssággal.
Ha ugyanis fel kell számolni a céget, a hitelezők szempontjából alapvető kérdés, hogy az értékesített eszközök értékéből vissza lehet-e fizetni az adósságokat. Éppen ezért mindaddig hitelképesnek tekinthető egy vállalat, amíg az eszközeinek értéke meghaladja az adósságok összegét.

A hitelezési gyakorlatban akkor hitelképes egy vállalat ha eszközeinek értéke legalább kétszerese a tartozásokhoz viszonyítva. Ezt többféle mutatóval lehet kifejezni.

$$\text{Nettó tőkearány} = \frac{\text{Összes eszközérték}}{\text{Összes tartozás}}$$

Értéke megfelelő, ha ≥ 2.

$$\text{Adósság arány} = \frac{\text{Összes tartozás}}{\text{Összes eszközérték}}$$

Értéke megfelelő, ha ≤ 0,5.

Az első képlet azt mutatja meg, hogy az eszközértéknek legalább az összes tartozás kétszeresének kell lennie, míg a másik szerint a tartozás nem haladhatja meg az eszközérték felét.

$$\text{Saját tőke aránya} = \frac{\text{Saját tőke}}{\text{Összes eszközérték}}$$

Értéke megfelelő, ha ≥ 0,5.

$$\text{Adósság saját tőke aránya} = \frac{\text{Összes adósság}}{\text{Saját tőke}}$$

Értéke megfelelő, ha ≤ 1.

A számítógépen -hasonlóan a likviditási mutatónál bemutatotthoz - a megfelelő mérlegsorokra történő hivatkozással egyszerű osztásként elvégezhető a kívánt feladat.

3. Jövedelmezőségi mutatók

Mind a fizető, mind a hitelképesség mutatóihoz szükséges adatok a mérlegből gyűjthetők ki, a jövedelmezőség elemzéséhez azonban a vállalati eredmény-kimutatás táblázatát kell alapul venni.

A vállalat jövedelmezőségét sokféleképpen lehet mérni, a legegyszerűbb, és ezáltal a legegyértelműbb mutatók az alábbiak.

$$\text{Nyereséghányad mutató} = \frac{\text{Adózás előtti eredmény}}{\text{Bruttó árbevétel}}$$

Tartalmilag azt fejezi ki, hogy az árbevételnek mekkora a nyereséghányada, amelyet ki lehet fejezni együtthatós vagy százalékos formában is. Értéke annál jobb, minél magasabb.

A következő képlet az előző komplementerének tekinthető:

Költséghányad mutató = $\dfrac{\text{Összes működési ktg}}{\text{Bruttó árbevétel}}$

Értéke annál jobb minél kisebb.
Kiszámítása azért szükséges, hogy utána tovább bontható legyen az alábbi két részre:

Állandó költség mutató = $\dfrac{\text{Állandó költségek}}{\text{Bruttó árbevétel}}$

Változó költség mutató = $\dfrac{\text{Változó költségek}}{\text{Bruttó árbevétel}}$

Az állandó és változó költségek aránya fontos információt ad a vállalkozás rugalmasságáról, ha magas az állandó költségek aránya, akkor rugalmatlannak tekinthető a vállalkozás, ellenkező esetben rugalmasnak.

4. A vállalati hatékonyság mérése

Attól függően, hogy milyen erőforrásra vetítjük az előállított nyereséget, különböző hatékonysági mutatókat állíthatunk elő. A továbbiakban a hitelezők szempontjából fontos mutatókkal, a befektetett eszközök hatékonysági koefficienseivel foglalkozunk.

Eszközjövedelmezőségi mutató = $\dfrac{\text{Adózás előtti eredmény}}{\text{Összes eszközérték}}$

Saját tőke jövedelmezősége = $\dfrac{\text{Adózás előtti eredmény}}{\text{Saját tőke értéke}}$

Az eszközjövedelmezőség azt mutatja meg, hogy 1 Ft lekötött eszközzel mennyi nyereség állítható elő. Értéke annál jobb, minél magasabb. Minimumkövetelmény a nominál betétkamat.

Beruházás ⇒ Befektetés

A vállalatok különféle reáleszközökbe fektetik pénzüket, ezt a befektetést beruházásnak nevezzük. A reáleszközök lehetnek anyagi eszközök (gépek, berendezések, stb.) vagy immateriális eszközök.

A beruházási döntések célja olyan reáleszközöket találni, amelyek bekerülési költségeiknél többet érnek.

Piacgazdaságban a beruházás forrása a megtakarítás. Adott beruházás, vagy beruházások sorozata több évre meghatározza a gazdálkodó helyzetét, termékeinek pénzügyi megítélését az állóeszközök korszerűségi színvonalát, a nyereség színvonalát. Éppen ezért a beruházási döntés komplex mérlegelést igényel, amely kiterjed a gazdálkodás minden lényeges mozdulatára.

Mielőtt a különböző befektetési variánsokat elemeznénk meg kell ismerkednünk a hosszú távú befektetések összahasonlíthatóságával ennek lehetőségeivel.

A pénzügyi kalkulációk alapelve az, hogy a pénz természetes jövedelemhozó képességét (kamat), valamint az időtényezőt figyelembe véve, a különböző időpontyokban felmerülő összegeket egymással összehasonlíthatóvá teszik.

E számítások alapvető célja az, hogy a jelenértékből meg lehessen állapítani a jövő értéket és fordítva. Egy meghatározott összegnél ez megoldható egyszerű kamatozással, vagy diszkontálással, az ú.n. folyamatos pénzáramlás átszámítás azonban már bonyolultabb feladat.
A pénzforgalom egyik alapelve, hogy a mai pénz többet ér mint a holnapi, a holnapi pedig több a holnap utánitól.

Itt kell megismerkednünk egy fontos fogalommal amely meghatározó mind a beruházások mind a befektetések vizsgálatánál. Ez a fogalom a **jelenérték**.

Jelenérték... a jövőben visszajövő pénzeket akkor tudjuk helyesen megítélni, ha átszámoljuk azokat a pénz "jelenlegi értékére". A jelenérték valamely jövőbeli pénzkifizetésnek a jelenbeli értéke. A jövőbeli összeget elosztjuk (diszkontáljuk) egy kamatlábbal, és így megkapjuk a pénz jelenértékét. Más oldalról megközelítve: azt adja meg, mekkora összeget kell ma befektetnünk ahhoz, - egy bizonyos kamatozás mellett -hogy meghatározott időpontban az elérjen egy másik összeget.

Az egy év múlva esedékes 10.000 Ft jelenértéke biztosan kisebb mint 10.000 ,- Ft. Végül is 1 Ft ma többet ér mint holnap, mert a mai forint befektethető és kamatozik. Ezek szerint egy későbbi bevétel jelenértékét egy 1-nél kisebb diszkonttényezővel való szorzás útján kaphatjuk meg.

A jelenértéket úgy számoljuk ki, hogy a jövőben várt bevételeket a hasonló befektetés által ígért hozammal vagy megtérülési rátával diszkontáljuk. Ezt a rátát haszonáldozatnak, vagy a tőke alternatív-költségének is nevezzük. A jelenértéktől szűkebb kategória a nettó jelenérték.

A **nettó jelenértéket** úgy kapjuk, hogy a jelenértékből levonjuk a felmerült ráfordításokat.

Nettó jelenérték... különböző befektetések összehasonlítására szolgáló mutató. A befektetéseknél kiszámolja az egyes pénzáramlások (a ki- és befizetések, negatív és pozitív számok) jelenértékeit, majd azokat összeadják. Ha ez pozitív, akkor a befektetés az adott diszkontráta mellett elfogadható, illetve két befektetés közül az a jobb, amelyiknek nagyobb a nettó jelenértéke.

Csak azokat a befektetéseket fogadjuk el amelynek a jelenértéke 0, vagy pozitív szám.

A jelen és jövőérték, valamint az állandó pénzáram összefüggései

Az alábbi jelöléseket használjuk:

T_o = összeg értéke a pénzáram kezdeti évében
T_n = összeg értéke a pénzáram utolsó évében

a = az évente azonos összegű pénzáram
n = az időszakok száma
i = kamatláb együttható formában (0,3 = 30 %)

a./ a jövőérték számítása a jelenértékből

$$T_n = T_o(1+i)^n$$

b./ jelenérték számítása jövő értékből

$$T_o = T_n\left(\frac{1}{1+i}\right)^n$$

c./ annuitás számítása a jelenértékből

$$a = T_o \frac{i(1+i)^n}{(1+i)^n - 1}$$

d./ jelenérték számítása annuitásból

$$T_o = a\frac{i(1+i)^n - 1}{i(1+i)^n}$$

e./ jövő érték számítása annuitásból

$$T_n = a\frac{(1+i)^n - 1}{i}$$

f.*/ annuitás számítása a jövő értékből*

$$a = T_n \frac{i}{(1+i)^n - 1}$$

Bonyolultabb a helyzet, ha nem annuitásból, hanem változó pénzáramból akarunk számításokat végezni. A befektetések esetében pontosan ez a helyzet, mert eleinte ott csak kiadás van, és csak bizonyos idő után történik kamatfizetés, vagy valamilyen hozam (osztalék, árfolyamnyereség, stb).

Változó pénzáram esetén már csak négy féle számítás végezhető el, az a/ és b/ azonos az előbbivel.

g/ Jelen érték számítása változó pénzáramból

Képlete:

$$T_o = \sum_{t=1}^{n} V_t\left(\frac{1}{1+i}\right)^t$$

h/ Jövő érték számítása a változó pénzáramból

$$T_n = \sum_{t=1}^{n} V_t (1+i)^{n-t}$$

A g/ és h/ jelű képlet egyben már gazdaságossági mutatónak is tekinthető, mivel a beruházások (befektetések) hatékonyság mérésénél éppen azt kell elvégezni, hogy változó pénzáramból (költségek és jövedelmek) hogyan lehet jelen vagy jövő értéket számítani.

Azokat a képleteket, amelyek a kamatozási és diszkontálási technikán keresztül figyelembe veszik az időtényezőt, dinamikus, míg azokat, amelyek nem veszik figyelembe a pénz időtől függő jövedelemhozó képességét, statikus mutatóknak nevezik.

Statikus beruházásgazdaságossági mutatók

a/ Megtérülési idő

$$M = \frac{B}{Ny}$$

ahol: B = a beruházás összege (Ft)
Ny = a beruházás egy évi átlagos nyeresége

Tartalma azt mutatja, hogy a beruházás hányszorosa a nyereségre, azaz a beruházás hány évi nyereségből térül meg.
Értéke kedvező, ha a megtérülési évek száma kevés.

b/ Befektetés arányos nyereség

$$Bny = \frac{Ny}{B} * 100$$

Azt mutatja meg, hogy egységnyi beruházási kiadásra hány %-nyi nyereség esik. Dimenziója: %. Értéke kedvező, ha a % arány magas.

c/ Összes tiszta jövedelem

ÖTJ= n*(NY-B)
ahol: n = a beruházás működési éveinek száma

Megmutatja, hogy a beruházás eredményeképpen mennyi abszolút tiszta jövedelem képződik. Minél nagyobb a mutató értéke, annál hatékonyabb a beruházás.

Dinamikus beruházásgazdaságossági (befektetési) mutatók

A statikus mutatók arra alkalmasak, hogy egy gyors kalkulációt készítsenek a beruházások hatékonyságáról, de bizonyos mértékig torz információkat adnak, mivel a hatékonyság mérésénél nem veszik figyelembe az időtényezőt.

Az időtényező ez esetben azt jelenti, hogy a pénznek van egy "automatikus" jövedelemtermelő képessége is a kamatozás miatt és ennek nagysága az időtől is függ.

Csak akkor korrekt és közgazdaságilag megbízható egy beruházás hatékonyságának elemzése, ha figyelembe veszi a pénz alternatív jövedelemtermelő képességét is.

PÉNZÜGYI SZÓTÁR

Annuitás (évjáradék)... nem más, mint meghatározott időponttól kezdődően, adott számú éven keresztül esedékes állandó tagú járadék. Pl. lakáshitel törlesztés.

Állampapír... az állam által kibocsátott, saját adósságát megtestesítő értékpapír, amelyben adósságtörlesztésre és kamat vagy járadék fizetésére vállal kötelezettséget. Ide tartozik az államkötvény, kincstárjegy stb.

Árfolyam... értékpapírok, valuták, devizák és áruk tőzsdei vagy piaci ára. A kötvények árfolyamát a névérték %-ban, a részvényekét többnyire összegben adják meg.

Árfolyamingadozás... az árfolyamnak a kereslet-kínálat hatására való változása.

Árfolyamkülönbözet... az értékpapír eladási és vételi árának eltérése.

Árfolyamnyereség... az alacsonyabb vételi és a magasabb eladási ár közötti különbség.

Árfolyam / nyereség-arány... valamely részvény árfolyama, osztva az egy értékpapírra jutó (vállalati, tiszta) nyereséggel. A részvények megítélésének fontos mutatószáma (P/E).

Belső megtérülési ráta... számítását a nettó jelenérték alapján vezethetjük le. A mutató keresi azt a diszkontlábat, amely mellett a nettó jelenérték nulla. Így alkalmas különböző rendszertelen időközönként jelentkező pénzáramlások hozamának meghatározására is.

Bessz... általános ár - vagy árfolyamcsökkenés. Ha az árfolyamok mellett a tőzsdei forgalom is esik, gyengülő piacról beszélünk.

Blue chip... elsőrangú, igen megbízható cégek részvénye.

Bróker... tőzsdeügynök vagy alkusz, aki a saját nevében, de megbízói számláira köt - díjazás ellenében - tőzsdei ügyleteket.

Diszkontálás... valamely értékpapír a (váltó) névértékéből a lejáratig esedékes kamatok levonása, diszkontálása.

Értékpapírok... vagyonnal összefüggő jogot megtestesítő - forgalomképes - okiratok: kötvény, váltó, állampapír, letéti jegy, pénztárjegy, közraktárjegy, stb.

Fix kamatozású értékpapírok... olyan papírok, amelyeknek kamatlábát a kibocsátáskor rögzítik, és az a futamidő alatt nem változhat meg.

Határidős ügylet... értékpapírok kamatkockázatának, devizák árfolyamváltozásának kezelésére szolgáló művelet, amelyben a megállapodáshoz képest egy későbbi időpontban esedékesek a teljesítések.

Hossz... ár- vagy árfolyam-emelkedési tendencia a tőzsdén. Ha az árfolyamok mellett a forgalom is emelkedik, a piac erősödik.

Hozam... a befektetett tőke tényleges nyeresége, hozadéka. Nem minden esetben egyezik meg a kamattal. Pl.: egy 31 % kamatozású, egy éves lejáratú értékpapír hozama féléves kamatfizetés esetén több mint 31 %. A befektetők jutalma azért mert késleltetik kifizetéseiket.

Jegyzés... értékpapír tőzsdei kereskedelembe bocsátása. Jegyzési időszak az az időtartam, amely alatt az újonnan kibocsátott értékpapírt vásárolni lehet.

Jelenérték... a jövőben visszajövő pénzeket akkor tudjuk helyesen megítélni, ha átszámoljuk azokat a pénz "jelenlegi értékére". A jelenérték valamely jövőbeli pénzkifizetésnek a jelenbeli értéke. A jövőbeli összeget elosztjuk (diszkontáljuk) egy kamatlábbal, és így megkapjuk a pénz jelenértékét. Más oldalról megközelítve: azt adja meg, mekkora összeget kell ma befektetnünk ahhoz, - egy bizonyos kamatozás mellett - hogy meghatározott időpontban az elérjen egy másik összeget.

Jelzálog... szerződéshez - leggyakrabban hitelszerződéshez - társuló mellékkikötés, illetve garancia. A tulajdonos, ha jelzálog terheli valamely vagyontárgyát, akkor azt nem adhatja el, illetve nem terhelheti meg a jogosult hozzájárulása nélkül. A jelzálog tényét az ingatlan-nyilvántartás tartalmazza.

Jövőbeni érték... az i kamatláb mellett az T pénzösszeg értéke n év múlva: =T*(1+i)^n

Kamat... az idegen tőke használatáért fizetett díj. Mutatószáma a kamatláb: Pl. 20 %. Nem minden esetben egyezik meg a hozammal.

Kamatos kamat... ha a pénzünket úgy helyezzük el valamely pénzintézetben, hogy az esedékessé vált kamatokat minden év végén a bent lévő pénzünkhöz hozzáadja, úgy minden következő évben már nemcsak az azelőtti évi pénzünk, hanem annak múlt évi kamatai is kamatozni fognak, s így az eredetileg elhelyezett pénzünk mind jobban és jobban fog növekedni.

Kamatszelvény... a kamatozó kötvények levágható szelvényei, erre fizetik ki az esedékes kamatokat, általában csak a papírral együtt érvényes.

Kibocsátás... értékpapírok forgalomba hozatala, többnyire bankok vagy értékpapír-kereskedők által. A kínálat kibocsátási árfolyamon történik.

Kincstárjegy... az állam rövidlejáratú adósságát megtestesítő értékpapír.

Kötvény... olyan kamatozó értékpapír, amely kibocsátója arra kötelezi magát, hogy egy meghatározott időpontban a kötvény névértékét visszafizeti, valamint az egy előre rögzített kamatláb alapján számított kamatokat kifizeti a kötvény tulajdonosának. A kötvény tehát hitelviszonyt létesít annak kibocsátója, és tulajdonosa között.

Lejárat... értékpapíroknál, hiteleknél stb. a visszafizetés időpontja. Általában ez a nap már nem kamatozik.

Letéti jegy... középlejáratú hitelviszonyt megtestesítő, bankok által kibocsátott értékpapír.

Likviditás... az értékpapírok likviditása azt jelenti, milyen gyorsan tehető pénzé a befektetés úgy, hogy ez a tranzakció ne borítsa fel az aktuális árviszonyokat (ne okozzon nagy áresést).

Lízing... olyan bérleti szerződés, amelynek alapján a lízingbe vevő meghatározott ideig - rendszeres időközönként - díjat fizet a lízingbe adónak. A bérleti idő (futamidő) végén egy névleges maradványértéken a lízingbe vevő tulajdonába kerül az eszköz. A futamidő alatt a lízingbe adó a tulajdonos, az ő könyveiben szerepel az eszköz és ő is amortizálhatja azt. A lízingdíj után ÁFA -t kell fizetni, amit személygépkocsi esetében nem igényelhet vissza a lízingbe vevő.

Lízingszorzó...viszonyszám, amely a lízingelés egységárát hivatott érzékeltetni. A tőkésített lízingdíj osztva lízingbeadó jelenkori kiadásaival.

Lombard hitel... vagy kézizáloghitel olyan hitelforma, amelynél a hitel fedezete valamilyen forgalomképes ingó dolog. Erre a fedezetre a hitelező zálogjogot szerez, tehát ha az adós nem fizet, a bank ebből fedezheti követelését. A lombard hitelnél a hiteladós a fedezetül szolgáló dolgot át is adja a banknak. Amennyiben a fedezet ingatlan, az átadás telekkönyvi bejegyzéssel történik, és jelzáloghitelről beszélünk.

Másodlagos piac... a befektetők piaca, ahol az értékpapírokat a kibocsátótól függetlenül adják veszik.

Nettó jelenérték... különböző befektetések összehasonlítására szolgáló mutató. A befektetéseknél kiszámolja az egyes pénzáramlások (a ki - és befizetések, negatív és pozitív számok) jelenértékeit, majd azokat összeadják. Ha ez pozitív, akkor a befektetés az adott diszkontráta mellett elfogadható, illetve két befektetés közül az a jobb, amelyiknek nagyobb a nettó jelenértéke.

Névérték... az értékpapíron feltüntetett összeg, amely eltérhet a tényleges piaci (árfolyam-) értéktől.

Opció... szerződéssel biztosított jog, előírt időn belül, meghatározott számú részvénynek a megállapodás szerinti áron való megvételére, illetve eladására. Az opciós ügyletben az opció kiírója meghatározott díj fejében vételi (eladási) kötelezettséget vállal az opciós jog vásárlójával szemben az előre meghatározott - kötési - árfolyamon.

Operatív lízing... olyan speciális lízingtípus, amikor az eszköz a futamidő végén nem megy át a lízingbe vevő tulajdonába. A lízingbe adó vagy újra bérbe adja vagy értékesíti az eszközt.

Osztalék... a részvénytársaság felosztható nyereségéből egy részvényre kifizetett összeg.

Pakett... részvénycsomag, többnyire egy társaságban meghatározó befolyást biztosító értékpapír-köteget nevezik így.

Portfolió... személyek, társaságok tulajdonában lévő vagy bankok, befektetési alapok által kezelt teljes értékpapír-állomány.

Részvény... vállalatok (részvénytársaságok) alapításakor vagy alaptőkéjük emelésekor kibocsátott értékpapír, amely a vállalat részvénytársasági tőkéjének meghatározott - a névértéknek megfelelő - hányadát testesíti meg. Tulajdonosa a részvény megvásárlásával pénzét végérvényesen a vállalat rendelkezésére bocsátotta, azt visszaváltani nem lehet (csak másvalakinek eladni).

Részvényindex... mutatószám részvények vagy egyes részvénycsoportok tőzsdei árfolyamának alakulásáról.

Sávos kamatozás... kamatot nyújtó a piacinál jóval magasabb kamatot is könnyen kifizet, igaz nem az egész futamidőre, hanem annak töredékére. Cserébe egy jóval hosszabb időszakra csak igen keveset fizet. A befektetési kedv növelése érdekében a reklámokban a magas kamat szerepel, nem pedig az átlagos.

Tőzsde... rendszeres, központosított, szervezett piac. A forgalom tárgyát képező javak szerint lehet áru-, deviza-, és értékpapírtőzsde. Üzletet csak tőzsdeügynökök közreműködésével lehet kötni.

Tőzsdei bevezetés... értékpapír hivatalos jegyzésének megkezdése a tőzsdei forgalomban.

Tőzsdei megbízás... banknak vagy brókernek adott megbízás arra, hogy tőzsdén értékpapírokat vegyen vagy eladjon.

Változó kamatozású értékpapír... olyan értékpapír, amelynek kibocsátásakor nem rögzítik a kamatát, hanem azt határozzák meg, hogy milyen mutatóhoz kötik annak változását.

Visszlízing... egy cég eszközeit megvásárolja lízingbe adó, majd nyomban visszalízingeli azokat a régi tulajdonosnak. Az eszköz tehát nem mozdul, csak egy pénzügyi akció történt. A lízingbe vevő "likvid-injekcióhoz" jut, és ha nyereséges a vállalkozás, akkor képes kitermelni a lízingdíjat.